On cherche d'abord $x$ pour que $\Delta = 0$ ( pour que $C'(q) = x$ ait une solution ) :

On a $1{,}5q^2 - 30q + 300 = x$

$\Leftrightarrow \underbrace{1{,}5}_{a}q^2 \underbrace{-30}_{b}q + \underbrace{(300-x)}_{c} = 0$

On résout : $\Delta = 0$

$\Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$

$\Leftrightarrow (-30)^2 - 4 \times 1{,}5 \times (300-x) = 0$

$\Leftrightarrow 900 = 6(300-x)$

$\Leftrightarrow 150 = 300 - x$

$\Leftrightarrow x = +150$ On connait $x$ !

On a maintenant l'équation $C'(q) = x$ à résoudre pour trouver $q$.

On résout $C'(q) = x$

$\Leftrightarrow C'(q) = +150$

$\Leftrightarrow 1{,}5q^2 - 30q + 300 = 150$

$\Leftrightarrow 1{,}5q^2 - 30q + 150 = 0$

C'est une équation du second degré et on sait déjà que $\Delta = 0$ ( la valeur de $x$ a été calculée exprès pour que $\Delta = 0$ ! )

Pour $\Delta = 0$ $q = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-30)}{2 \times 1{,}5} = \frac{30}{3} = 10$

Ainsi le coût marginal est minimal pour $q = 10$ ( 10 000 litres de jus )

(b) On calcul le coût avec la fonction $C$ et la valeur $q$ trouvée

$C(10) = 0{,}5 \times 10^3 - 15 \times 10^2 + 300 \times 10 + 1500 = 3500$ (euros)